

Che cos'è la matematica?

di Carmelo Di Stefano

Il titolo di questa relazione è preso dall'omonimo libro di Courant e Robbins, edito in Italia da Boringhieri, che all'età di 16-17 anni mi fece capire cos'è realmente la matematica e soprattutto che poco ha a che fare con essa la matematica scolastica.

La prima cosa che osservo è il fatto che se vi invitassi a dire quanti di questi matematici, scelti a caso fra quelli il cui cognome inizia con le lettere A, B o C, conoscete o avete anche solo una volta sentito dire, probabilmente riceverei risposte molto deludenti.

Al-Khwarizmi – Apollonio di Rodi – Babbage – Banach – Bayes – Bernoulli – Bhaskara – Bolyai J. – Bolzano – Bombelli – Boole – Borel – Brouwer – Caccioppoli – Cantor – Cardano – Carnot – Cauchy – Cavalieri ...

Eppure stiamo parlando di personaggi che hanno rivoluzionato non solo il mondo della matematica, ma anche il mondo della cultura, della scienza e della tecnica. Per esempio il vocabolo algoritmo è mutuato da Al-Khwarizmi; Apollonio di Rodi è autore di una delle opere scientifiche più importanti di tutti i tempi, *Le coniche*; Janos Bolyai è stato uno dei primi ad avere il coraggio di inventare o scoprire (a voi la scelta se la matematica si scopre o si inventa) una geometria non euclidea; Cantor ha creato quel famoso Paradiso da cui Hilbert non voleva essere cacciato, ossia ha risolto brillantemente l'esistenza di infiniti attuali; e potremmo proseguire per ore. Ma la questione diventa anche più strana se sostituiamo l'elenco precedente con quello di pittori, musicisti, letterati, ... In quel caso molti di voi risponderebbero positivamente, probabilmente non sapreste dire il titolo di un solo quadro di Modigliani, per esempio, ma sapete che è quello che dipinge le donne dai colli lunghi; uguali risposte avremo per Prokofiev o per Sartre. Perché allora non c'è cultura scientifica, perché la Cultura è di solito associata alle scienze umane? Non vogliamo entrare in polemica, ma ovviamente una buona parte di colpa, o di merito, è dovuta certamente alla scuola e a coloro che negli anni ne hanno effettuato le scelte di indirizzo.

Ciò non è comunque limitato all'Italia, come testimonia la seguente affermazione di Jean Dieudonné (1906 – 1992): *«Si fa fatica d'altronde a capire l'astio che esplode nei pamphlet che, di tanto in tanto, attaccano ancora la matematica "pura". Esistono tante altre discipline [...] che non hanno certamente alcuna "utilità" e contro le quali nessuno si solleva.»*

Il che è ancora più strano perché il mondo della matematica è pieno di personaggi che, pur non essendo stati matematici professionisti hanno contribuito allo sviluppo di questa disciplina con idee brillanti. Fra i matematici vi sono stati per esempio un papa, Gerberto (c.a. 940 – 1003), divenuto Papa Silvestro II; un Arcivescovo di Canterbury, Thomas Bradwardine (1295-1349); un Premio

Nobel per la letteratura Bertrand Russell (1872 – 1970) e molti altri appartenenti alle più varie categorie.

Cominciamo a considerare alcune citazioni relative alla matematica. Godfrey H. Hardy (1877 – 1947) afferma: «*La Matematica Greca è “permanente”, molto più permanente perfino della letteratura greca. Archimede sarà ricordato quando Eschilo sarà ormai dimenticato, perché le lingue muoiono ma le idee matematiche no.*», il che è comprensibile per un matematico. Meno comprensibile potrebbe essere il parere di un filosofo come Voltaire che certo non è noto per i suoi risultati scientifici: «*C'era più immaginazione nella testa di Archimede che in quella di Omero.*» Quindi una sorta di ammirazione fra i non matematici non si può negare. Ma andiamo avanti con qualche citazione più *tecnica*. Dice George Pòlya (1887 – 1985), uno dei grandi matematici del XX secolo che nell'ultima lunga parte della sua vita si è dato alla didattica, conseguendo fondamentali risultati: «*La matematica consiste nel provare le cose più ovvie nel modo meno ovvio.*» Ci sembra che, purtroppo ciò sia in completo disaccordo con l'insegnamento tradizionale.

Federico Enriques, uno dei grandi geometri italiani della scuola di geometria algebrica, ci ricorda che «*Matematica, o matematiche (dal greco insegnamento) significa originariamente "disciplina" o "scienza razionale". Questo significato conferirono alla parola i filosofi della scuola italiana, fondata da Pitagora (prima del 500 a. C.), che pose la scienza dei numeri a base di ogni conoscenza della natura.*» La Matematica cioè è la disciplina per antonomasia, almeno quella in cui la ragione ha una posizione predominante.

Gli fa eco Bertrand Russell: «*La matematica pura è la classe di tutte le proposizioni della forma "p implica q", dove p e q sono proposizioni contenenti una o più variabili, le stesse nelle due proposizioni, e né p né q contengono alcuna costante eccetto costanti logiche. [...] Oltre a queste, la matematica adopera poi una nozione che non entra come costituente nelle proposizioni da essa considerate, e precisamente la nozione di verità.*»

Il concetto di verità è certamente se non tipico, certo peculiare della matematica.

Un altro grande matematico, David Hilbert (1862 – 1943), sembra smitizzare la matematica, considerandola «*un gioco che segue semplici regole che riguardano segni privi di senso tracciati sulla carta.*»

Mentre il curatore della voce Matematiche per l'Enciclopedia Einaudi, G. G. Granger, ci ricorda che «*La matematica incomincia solamente quando il misuratore ed il calcolatore si interessano al funzionamento della loro tecnica e la istituzionalizzano come una specie di gioco le cui due idee direttrici sono l'invenzione e la dimostrazione.*»

Ossia la matematica si serve del calcolo, è anche calcolo, ma è soprattutto uso intelligente di questo strumento.

A conclusione di questa breve carrellata di definizioni, c'è la seguente, dovuta a Stanislaw Ulam (1909 – 1984), che ci sembra quella che meglio rispecchia la visione che il non addetto ai lavori ha di questa disciplina: *«Cos'è esattamente la matematica? Molti hanno tentato, ma pochi sono riusciti a definirla; è sempre qualcos'altro. In poche parole la gente sa che riguarda numeri, figure, relazioni, operazioni, le sue procedure formali hanno a che fare con assiomi, dimostrazioni, lemmi, teoremi che non sono cambiati dai tempi di Archimede.»*

Quindi una matematica non solo vecchia e passata, ma soprattutto morta e immutabile, il che certamente non è.

A rendere sempre più misteriosa la matematica ci sono anche i miti relativi agli insegnanti o agli stessi matematici. Ricorda ancora Pòlya: *«Il professore di matematica tradizionale ha la testa fra le nuvole. Di solito si presenta in pubblico con un ombrello in ciascuna mano. Preferisce rivolgersi alla lavagna, volgendo le spalle alla classe. Scrive a, dice b, intende c, ma dovrebbe essere d.»*

L'idea di matematico ovviamente si è modificata nel tempo, per esempio Brahmagupta (598-670 d. C.) riteneva che *«Una persona che riesce, nel tempo di un anno, a risolvere l'equazione $x^2 - y^2 = 1$ è un matematico»*.

Ben peggiore è la visione di Darwin che considera un matematico *«un cieco in una stanza buia alla ricerca di un gatto nero che non è lì.»*, ossia una specie di pazzo.

Più specialistica la visione di Paul Erdős (1913 – 1996): *«Un matematico è una macchina che tramuta caffè in teoremi.»*

Ma torniamo all'insegnamento e ai tanti problemi che esso causa agli studenti. Proprio i citati Courant e Robbins ritengono che *«L'insegnamento di tale disciplina ha talvolta degenerato in vuota esercitazione nella risoluzione di problemi, il che può sviluppare un'abilità formale, ma non conduce ad una reale comprensione dei vari argomenti né accresce l'indipendenza intellettuale.»*. Oltre all'uso talvolta esasperato di formule, un altro *colpevole* degli insuccessi studenteschi è dato alla eccessiva *perfezione* della disciplina come viene presentata, come ricorda ancora Dieudonné: *«Tutti i grandi matematici che hanno parlato delle loro ricerche hanno voluto insistere sulla funzione che vi ha quella che in generale chiamano l' "intuizione". Il fatto può apparire strano ai non iniziati; se si apre un libro di matematica di oggi, si vedono soltanto centinaia di lemmi, formule, teoremi, corollari collegati tra loro in modo complicato secondo regole logiche implacabili.»*. Concorda anche Enriques: *«Se un difetto può trovarsi talvolta, nei riguardi didattici, è soltanto che l'esposizione perfetta lascia meno allo sforzo dell'allievo, o che il rigore logico nasconde in parte la genesi delle idee. Anche l'esatta formulazione delle restrizioni che si richiedono nell'enunciato dei teoremi, può togliere la veduta della genesi delle idee, e perfino l'intelligenza del loro valore.»* E lo stesso fa John Halmos: *«La matematica non è una scienza*

deduttiva, questo è un cliché. Quando si dimostra un teorema non si scrivono le ipotesi e poi si comincia a ragionare. Ciò che si fa è trial and error, esperimenti, andare a indovinare»

Infine Leon Henkin ritiene che *«Uno dei più grandi errori che riguardano la matematica insegnata nelle classi è che l'insegnante mostra di conoscere la risposta ad ogni problema che viene trattato. Questo dà allo studente l'idea che esiste un libro da qualche parte con tutte le risposte esatte per ogni domanda interessante, e che tutti gli insegnanti conoscono queste risposte. Così se uno potesse ottenere il libro, ogni cosa sarebbe bella e sistemata. Ciò è del tutto contrario alla vera natura della matematica.»*

Senza contare il fatto che spesso la lingua matematica e il suo vocabolario simbolico possono gettare fumo negli occhi fra i non iniziati, come ricorda lo storico Eric Temple Bell: *«Se un pazzo scrive una selva di simboli matematici, ciò non vuol dire che essi abbiano un qualche significato solo perché un occhio inesperto non riesce a distinguerli da un risultato di matematica superiore.»*

Concludiamo questa relazione con due esempi tratti da due opere letterarie. Il primo è da La lezione, del maestro del teatro dell'assurdo, il franco-romeno Eugene Ionesco. In questo lavoro si tratta, ovviamente con altri scopi, di un misterioso professore che riceve una ragazza in casa a cui propina nei modi più strani lezioni che spaziano su tutto lo scibile. Non può mancare la matematica, né i luoghi comuni su di essa. In fatti, ad un certo punto, avendo capito che la ragazza non è in grado di risolvere neanche le sottrazioni più semplici egli afferma:

P : Riconosco che non è facile, è molto, molto astratto, evidentemente ... ma come potrete arrivare, senza avere bene approfondito gli elementi, a calcolare mentalmente quanto fa, ed è il minimo che possa richiedersi a un ingegnere medio –quanto fa, per esempio, tre miliardi settecentocinquantacinque milioni novecentonovantotto mila duecentocinquantuno moltiplicato per cinque miliardi centosessantadue milioni trecentotrentamila cinquecentootto?

Ma l'Allieva invece risponde prontamente:

A : (molto rapidamente) Fa diciannove quintilioni trecentonovanta quadrilioni due trilioni ottocentoquarantaquattro miliardi duecentodiciannove milioni centosessantaquattromila cinquecentootto.

P : (stupito) No, non mi pare. Deve fare diciannove quintilioni trecentonovanta quadrilioni due trilioni ottocentoquarantaquattro miliardi duecentodiciannove milioni centosessantaquattromila cinquecentonove.

A : No .. cinquecentootto..

P : sempre più stupito, calcola mentalmente) Sì ... ha ragione ... il prodotto è giusto (Borbotta in modo inintelligibile) Quintilioni, quadrilioni, trilioni, miliardi, milioni (Distintamente) Centosessantaquattromilacinquecentootto (Stupito) Ma come lo sa lei, se non conosce i principi del ragionamento aritmetico?

A: Semplice. Non potendo fidarmi del mio ragionamento ho imparato a memoria tutti i risultati possibili di tutte le moltiplicazioni possibili.

Notiamo alcuni fatti.

- La ragazza, da buona studentessa, cerca sempre di schematizzare e preferisce imparare a memoria l'impossibile, cioè *tutte le moltiplicazioni possibili*, piuttosto che fare uso della ragione;
- Il Professore d'altro canto abusa del termine *ragionamento aritmetico*, poiché in una moltiplicazione del genere, a parte non esservi nulla di formativo, stentiamo a trovare alcun tipo di ragionamento:
- E soprattutto egli mostra di non usare per nulla il ragionamento, dato che l'errore che commette è l'unico non accettabile in una moltiplicazione del genere, dato che la cifra delle unità di un prodotto si ottiene moltiplicando le cifre delle unità dei singoli fattori e quindi che essa fosse nove era ovvio.

L'ultimo passo è invece tratto da *Odile*, un lavoro giovanile di Raymond Queneau, famoso per opere come *I fiori blu*, *Esercizi di stile* (in cui sono presenti parecchi riferimenti espliciti alla matematica) o *Zazie nel metro*. È una vera e propria dichiarazione d'amore alla matematica e al suo mondo:

«Non esiste un solo mondo, quello che lei vede o che crede di vedere, o che immagina di vedere o che vuole vedere, quel mondo che toccano i ciechi, sentono i mutilati e annusano i sordi, quel mondo di cose e di forze, di solidità o di illusioni, di vita e di morte, di nascita e di distruzioni, il mondo in cui viviamo, in mezzo al quale siamo soliti addormentarci. Per quel che ne so io, ne esiste almeno un altro: quello dei numeri e delle figure, delle identità e delle funzioni, delle operazioni e dei gruppi, degli insiemi e degli spazi. C'è gente, come sa, che pretende si tratti solo di astrazioni, costruzioni, combinazioni.

Vogliono far credere a una specie di architettura; si prendono degli elementi nella natura, si affinano, si puliscono, si prosciugano e lo spirito umano costruisce con questi mattoni, una casa splendida, magistrale testimonianza della potenza della sua ragione. Dovete certamente conoscere questa teoria, il vostro professore di filosofia l'avrà sostenuta: è la più volgare che ci sia. Un

fabbricato, considerano la scienza matematica un fabbricato! Ci si assicura della solidità delle fondamenta prima di costruire il pianterreno si passa al primo piano poi al secondo e così di seguito senza che ci sia motivo di interruzione.

Ma in realtà le cose non vanno così; non all'architettura, all'edilizia bisogna paragonare la geometria o l'analisi, ma alla botanica, alla geografia, alle scienze fisiche. Si tratta di descrivere un mondo, di scoprirlo e non di costruirlo o inventarlo, perché esiste al di fuori dello spirito umano e indipendente da esso. Dobbiamo esplorare quest'universo e dire poi agli uomini quel che ci abbiamo visto.

Ma per esprimerlo, occorre un linguaggio: quello dei segni e delle formule, quello che si considera comunemente l'essenza stessa della scienza e non ne è che il modo d'espressione. Questo linguaggio si rivela ancor più impotente a descrivere le ricchezze del mondo matematico che non la lingua francese a formulare la molteplicità delle cose, poiché esse non si situano allo stesso livello d'esistenza.»